

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФЕСТИВАЛЬ ЗОЛОТОЕ РУНО

7 класс. Геометрия—1. 03 июня 2010 года

1. В треугольнике ABC разность углов A и C равна 90° . BL — биссектриса этого треугольника. Найдите угол ALB .
2. Могут ли в равностороннем пятиугольнике два соседних угла равняться 120° ?
3. На сторонах AB и AC равностороннего треугольника ABC выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что $AP \neq AQ$ и $CP = BQ = 1$. Чему может быть равно AM , где M — середина PQ ?
4. Все углы выпуклого пятиугольника $ABCDE$ — тупые. Внутри него дана точка O . Докажите, что любой из отрезков AO , BO , CO , DO , EO меньше суммы остальных четырех.
5. Докажите, что любой прямоугольный треугольник можно разрезать на 3 части и составить из всех трех новый прямоугольный треугольник, не равный исходному.
6. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ выбраны точки P и Q соответственно таким образом, что треугольник APQ — равносторонний. На отрезке AD выбрана точка E , а внутри треугольника PQC — точка F таким образом, что $AE = EQ = QF = FP$. Докажите, что $2FC = EF$.
7. Внутри острого угла AOB дана точка M , а на разных сторонах этого угла выбраны точки P и Q таким образом, что $OP + OQ = OM$ и сумма отрезков MP и MQ наименьшая для всех возможных таких пар точек P и Q . Докажите, что $\angle OPM = \angle OQM$.